

Terceros Ejercicios Experimentales
Las fracciones continuas

Entrega 16/10/09.

1. Si $\{p_n/q_n\}$ son los convergentes de una fracción continua (FC) $[a_0, a_1, \dots, a_n, \dots]$, demostrar que

$$p_n q_{n-2} - p_{n-2} q_n = (-1)^n a_n.$$

¿Qué pasa el caso general: $p_n q_{n-k} - p_{n-k} q_n = \dots$?

2. Con la misma notación de arriba, demostrar que $q_n^2 > 2^{n-1}$.
3. Encontrar y demostrar una condición necesaria y suficiente para que la FC de \sqrt{n} tiene periodo 1. Misma pregunta para periodo 2.
4. Describir (y demostrar) una descripción completa de la FC de $\sqrt{r^2 \pm 4}$.
5. Un número como 6 es triangular porque $6 = 1 + 2 + 3$. Hacer una lista de números triangulares que también son cuadrados. ¿Qué tiene esto que ver con la ecuación Pell? Demostrar la relación.
6. Encontrar todos los triángulos tal que sus lados son enteros consecutivos y sus áreas son enteros.