

Segundos Ejercicios Experimentales
La ley de Benford y Probabilidad

Entrega 23 de Setiembre 2009.

1. Demostrar: si los primeros dígitos de b^u y b^v son los mismos, entonces $u \equiv v \pmod{1}$.
2. ¿Son las siguientes sucesiones Benford en base 10? En cada caso: exhibir datos que soportan tu respuesta y en tres de los casos, demostrar a tu conjetura:
 - a. e^n
 - b. $e^n + e^{-n}$
 - c. los números primos
 - d. la sucesión $\{\log p : p \text{ primo}\}$
 - e. la sucesión $\{a_0, a_0^2, a_0^3, \dots\}$ tal que a_0 no es una potencia de 10.
 - f. $n!$
 - g. n^n
3. Hacer una conjetura sobre el siguiente: dado algún $\alpha \in \mathbb{R}$ tal que $\alpha \notin \mathbb{Q}$ y tal que α no es una irracional cuadrática. Considerar la distribución de la n^{o} dígito de la fracción continuada de α . Hacer una conjetura sobre la probabilidad con $n \rightarrow \infty$ de que el n^{o} es k . ¿Cuál es la hipótesis nula? ¿Los datos soportan la hipótesis nula o el alternativo?
4. Si X e Y son eventos independientes, demostrar

$$\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y].$$

5. Demostrar que para una variable positiva aleatoria X y cualquier $d > 0$ que

$$\text{Prob}(X \geq d) \leq \frac{1}{d}\mathbb{E}[X].$$

Usar este resultado y demostrar que si X tiene variación σ^2 y promedio μ que

$$\text{Prob}(|X - \mu| \geq k\sigma) \leq \frac{1}{k^2}.$$